

1. Клетчатый прямоугольник разрезали на прямоугольники  $1 \times 2$  (доминошки) так, что любая прямая, идущая по линиям сетки, пересекает кратное четырем число доминошек. Докажите, что длина одной из сторон делится на 4.
2. Могут ли расстояния от некоторой точки на плоскости до вершин некоторого квадрата быть равными 1, 4, 7 и 8?
3. На доске написано 12. В течение каждой минуты число либо умножают, либо делят либо на 2, либо на 3, и результат записывают на доску вместо исходного числа. Докажите, что число, которое будет написано на доске ровно через час, не будет равно 54.
4. Двое по очереди ломают шоколадку  $6 \times 8$ . За ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет в этой игре? Может ли проиграть второй игрок?
5. Имеются два квадрата  $3 \times 3$  и  $1 \times 1$ . Разрезать эти квадраты прямыми на части (не более трех), из которых можно было бы сложить один квадрат.
6. Доказать, что каждое из чисел последовательности 11, 111, 1111, ... не является квадратом натурального числа.
7. Внутри квадрата со стороной 1 расположены несколько кругов, сумма радиусов которых равна 0,51. Доказать, что найдется прямая, которая параллельна одной из сторон квадрата и пересекает, по крайней мере, 2 круга.
8. При каких значениях  $a$  и  $b$  выражение  $p = 2a^2 - 8ab + 17b^2 - 16a - 4b + 2044$  принимает наименьшее значение? Чему равно это значение?

1. Клетчатый прямоугольник разрезали на прямоугольники  $1 \times 2$  (доминошки) так, что любая прямая, идущая по линиям сетки, пересекает кратное четырем число доминошек. Докажите, что длина одной из сторон делится на 4.
2. Могут ли расстояния от некоторой точки на плоскости до вершин некоторого квадрата быть равными 1, 4, 7 и 8?
3. На доске написано 12. В течение каждой минуты число либо умножают, либо делят либо на 2, либо на 3, и результат записывают на доску вместо исходного числа. Докажите, что число, которое будет написано на доске ровно через час, не будет равно 54.
4. Двое по очереди ломают шоколадку  $6 \times 8$ . За ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет в этой игре? Может ли проиграть второй игрок?
5. Имеются два квадрата  $3 \times 3$  и  $1 \times 1$ . Разрезать эти квадраты прямыми на части (не более трех), из которых можно было бы сложить один квадрат.
6. Доказать, что каждое из чисел последовательности 11, 111, 1111, ... не является квадратом натурального числа.
7. Внутри квадрата со стороной 1 расположены несколько кругов, сумма радиусов которых равна 0,51. Доказать, что найдется прямая, которая параллельна одной из сторон квадрата и пересекает, по крайней мере, 2 круга.
8. При каких значениях  $a$  и  $b$  выражение  $p = 2a^2 - 8ab + 17b^2 - 16a - 4b + 2044$  принимает наименьшее значение? Чему равно это значение?